問題全体の出題のねらい

「銅像」が最もよく見える位置を考察するという日常生活の問題を題材とし，事象の特徴を捉えて数学的な表現を用いて表現する力（事象を数学化する力），数学化された問題を解決するための見通しを立てる力（構想力），解決過程を振り返り，得られた結果を元の事象に戻してその意味を考える力を問うた。

なお，本問題は，具体的・実践的な課題解決方法に対して，数学を活用し，数学的論拠に基づいて課題を解決する場面を設定することで，「数学のよさ」を認識させることもねらいとして構成している。

モデル問題例４

〔１〕 花子さんと太郎さんは，次の記事を読みながら会話をしている。

＝公園整備計画＝　広場の大きさどうする？

〇〇市の旧県営野球場跡地に整備される県営緑地公園（仮称）の整備内容について，緑地公園計画推進委員会は15日，公園のメイン広場に地元が生んだ武将△△△△の銅像を建てる案を発表した。県民への憩いの場を提供するとともに，観光客の誘致にも力を入れたい考え。

ある委員は，「銅像の設置にあたっては，銅像と台座の高さはどの程度がよいのか，観光客にとって銅像を最も見やすくするためには，メイン広場の広さはどのくらいあればよいのか，などについて，委員の間でも様々な意見があるため，今後，実寸大の模型などを使って検討したい」と話した。


（写真はイメージ）

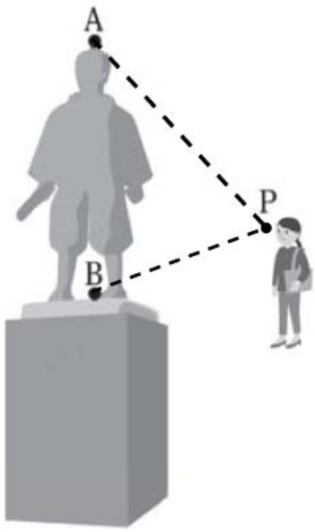
花子：銅像と台座の高さや，広場の大きさを決めるのも難しそうね。
太郎：でも，近づけば大きく見えて，遠ざかれば小さく見えるというだけでしょ。
花子：写真を撮るとき，像からどのくらいの距離で撮れば，銅像を見込む角を大きくできるかしら。

見込む角とは，右図のように，銅像の上端 A と下端 B と見る人の目の位置 P によってできる $\angle APB$ のことである。

二人は，銅像を見込む角について，次の二つのことを仮定して考えることにした。

- 地面は水平であり，直線 AB は地面に対して垂直である。
- どの位置からも常に銅像全体は見える。

次の各問いに答えよ。なお，必要に応じて 10 ページの三角比の表を用いてもよい。



モデル問題例４

(1)　銅像の真正面に立ち，銅像の真下から 12 m 離れた位置から，高さ 1.5 m の台座に乗せた高さ 4 m の銅像を見る。このとき，目の高さが 1.5 m の花子さんの銅像を見込む角として最も近いものを，次の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つ選べ。 ア

⓪　4°　①　6°　②　8°　③　10°　④　12°
⑤　14°　⑥　16°　⑦　18°　⑧　20°　⑨　22°

(2)　銅像に近づいたり離れたりすると，見込む角の大きさは変化する。見込む角が最大になるときの，見る人の足元の位置を「ベストスポット」とよぶこととする。この「ベストスポット」について，太郎さんは次のように考えた。

【太郎さんの考え】

3 点 A，B，P を通る円の半径を R とすると，AB の長さは常に一定であることから，∠APB が鋭角ならば，∠APB が最大となるのは，R が最小のときである。

(ⅰ)　∠APB が鋭角であることを確かめる方法を，△APB の 3 辺の長さ AB，AP，BP についての式を用いて説明せよ。解答は，解答欄 (あ) に記述せよ。

＜正答例＞

〔1〕(1)　ア　⑦

(2) (ⅰ) あ

〈正答例①〉**余弦定理を用いて** $\cos\angle APB = \dfrac{AP^2+BP^2-AB^2}{2AP\cdot BP}$ **の値を計算し，それが正の値となることを確かめる。**

〈正答例②〉**AB^2 と AP^2+BP^2 の値を計算し，AB^2 の値よりも AP^2+BP^2 の値の方が大きいことを確かめる。**

（注）いずれも，不等式を用いて記述しているものも可とする。

モデル問題例4

（ii）　**【太郎さんの考え】**が正しいことは，$\sin\angle\mathrm{APB}$，AB，R を用いたある関係式と，「$\angle\mathrm{APB}$ が鋭角のとき，$\angle\mathrm{APB}$ が大きくなるほど $\sin\angle\mathrm{APB}$ の値は大きくなる」ことからわかる。その関係式を答えよ。解答は，解答欄 （い） に記述せよ。

（iii）　二人は**【太郎さんの考え】**について先生に相談したところ，R が最小になるのは，3 点 A，B，P を含む平面上において，3 点 A，B，P を通る円と点 P を通り直線 AB に垂直な直線が接するときであることを教えてもらった。

この考え方に基づくと，目の高さが 1.5 m の花子さんが，高さ 6.5 m の台座の上に乗せた高さ 4 m の銅像を見る「ベストスポット」となるのは，3 点 A，B，P を通る円の半径 R が $\boxed{\text{イ}}$ m になるときである。

① $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を答えよ。

② このときの見込む角として最も近いものを次の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つ選べ。$\boxed{\text{ウ}}$

⓪ 11°	① 13°	② 15°	③ 17°	④ 19°
⑤ 21°	⑥ 23°	⑦ 25°	⑧ 27°	⑨ 29°

③ このときの銅像の真下と「ベストスポット」の距離は，およそ $\boxed{\text{エ}}$ m である。

$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる最も適当なものを，次の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つ選べ。

⓪ 3.7	① 4.7	② 5.7	③ 6.7	④ 7.7
⑤ 8.7	⑥ 9.7	⑦ 10.7	⑧ 11.7	⑨ 12.7

＜正答例＞

〔1〕(2) (ⅱ) い　〈正答例①〉 $\sin\angle\mathrm{APB}=\dfrac{\mathrm{AB}}{2R}$

〈正答例②〉 $2R=\dfrac{\mathrm{AB}}{\sin\angle\mathrm{APB}}$

〈正答例③〉 $\mathrm{AB}=2R\sin\angle\mathrm{APB}$

(ⅲ) ① イ　7

② ウ　③

③ エ　③

モデル問題例4

三角比の表

角度	sin	cos	tan	角度	sin	cos	tan
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	—

設問〔1〕(2)（ⅰ）

【主な指導内容】

学習指導要領「数学Ⅰ」

２ 内容

(2) 図形と計量

イ 図形の計量

三角比を平面図形や空間図形の考察に活用すること。

【出題のねらい】

三角形の一つの角が鋭角であることを確かめる方法として，余弦定理から得られる3辺の長さについての関係を用いて調べるという方略（構想）を見いだす力を問う問題である。

【解答させる内容（問題の例）と資質・能力，出題形式との関係について（素案）】

③問題を焦点化する（問題解決の方略など）

事象を特定の図形に着目して考察し，その結果を基に，問題解決の方法を数学的に説明する方法を求める。

【正答の要素】

角が鋭角であることを確かめる方法として，余弦定理から得られるその角の余弦や3辺の長さの関係を利用すればよいことを見いだすことができる。

さらに，着目した余弦の符号や，３辺の長さの大小関係について，数学的に正しく記述することができる。

設問〔1〕(2)（ｉ）

【正答の条件】

正答の要素に基づく，具体的な正答例及び正答の条件は以下のとおりである。

<table>
<tr><td colspan="2">解答類型</td><td>正答</td></tr>
<tr><td></td><td>〈正答例①〉 余弦定理を用いて $\cos\angle APB = \dfrac{AP^2+BP^2-AB^2}{2AP\cdot BP}$ の値を計算し，それが正の値となることを確かめる。
〈正答例②〉 AB^2 と AP^2+BP^2 の値を計算し，AB^2 の値よりも AP^2+BP^2 の値の方が大きいことを確かめる。
（注）いずれも，不等式を用いて記述しているものも可とする。

（正答の条件）
次の(a)と(b)の両方について正しく記述している。
(a) ①「$\dfrac{AP^2+BP^2-AB^2}{2AP\cdot BP}$」または，②「$AB^2$ と AP^2+BP^2」
(b) ①の場合は，それが正の値となること，②の場合は，AB^2 の値よりも AP^2+BP^2 の値の方が大きいことを確かめる。</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>正答の条件をすべて満たしているもの</td><td>◎</td></tr>
<tr><td>9</td><td>上記以外の解答</td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td>無解答</td><td></td></tr>
</table>

設問〔1〕(2) (ⅱ)

【主な指導内容】
　学習指導要領「数学Ｉ」
　　２ 内容
　　　(2) 図形と計量
　　　　イ 図形の計量
　　　　　三角比を平面図形や空間図形の考察に活用すること。

【出題のねらい】
　登場人物の主張について，それが真の命題であることを証明するための方略（構想）を見いだす力を問う問題である。具体的には，三角形において一辺の長さが固定されているとき，その対角が最大となる場合は外接円の半径が最小となること，正弦定理を根拠とすればよいことを見いだす力を問う問題である。

【解答させる内容（問題の例）と資質・能力，出題形式との関係について（素案）】
　③問題を焦点化する（問題解決の方略など）
　　ある命題の真偽を調べる方法を求める。

【正答の要素】
　命題が真であることの根拠として，正弦定理を利用すればよいことを見いだすことができる。

設問 〔1〕(2) (ii)

【正答の条件】

正答の要素に基づく，具体的な正答例及び正答の条件は以下のとおりである。

解答類型		正答
	（正答例①） $\sin\angle\mathrm{APB} = \dfrac{\mathrm{AB}}{2R}$ （正答例②） $2R = \dfrac{\mathrm{AB}}{\sin\angle\mathrm{APB}}$ （正答例③） $\mathrm{AB} = 2R\sin\angle\mathrm{APB}$ （正答の条件） $\sin\angle\mathrm{APB} = \dfrac{\mathrm{AB}}{2R}$ と同値な式が記述されている。	
1	正答の条件をすべて満たしているもの	◎
9	上記以外の解答	
0	無解答	